HSR (LONDON),
HOUGHTON STREET REVIEW JOURNAL
ISSN: 2058-5519|Impact factor-15.9
http://houghtonstreetreview.com/index.php/hsr

ПАРАДОКС УПРАВЛЯЕМОЙ ОТКРЫТОСТИ: ПОЧЕМУ УСЛОВИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОТИВОРЕЧАТ УСЛОВИЯМ ЕГО СИСТЕМНОЙ РЕАЛИЗУЕМОСТИ

Душабаева Д.Б., Кучимова М.Т.
ДГПУ, Факультет Высшей педагогической школа точных наук, преподаватель -стажер
ДГПУ Факультет Высшей педагогической школа точных наук, студентка 2 курса
[1]*E−mail*: *dianadushabayeva@gmail.com* [2] *mahliyokuchimova@gmail.com*

Аннотация. Статья выдвигает и обосновывает гипотезу о структурном парадоксе математического моделирования в школьном образовании: дидактические условия, при которых моделирование формирует подлинную математическую компетентность, системно несовместимы с институциональными требованиями к массовой педагогической практике. Анализ строится на сопоставлении ключевых теоретических позиций — операционально-структурной дихотомии Sfard (1991), концепции прогрессивной математизации Freudenthal (1973), цикла моделирования Blum & Leiß (2007) — с аргументом когнитивной нагрузки Kirschner, Sweller & Clark (2006) как оппонирующей рамкой. Центральный тезис: массовое «моделирование» в школах и «моделирование», эффекты которого фиксирует исследовательская литература, — две различные педагогические практики, объединённые общим термином. Это не кризис внедрения — это кризис конструктной валидности.

Ключевые слова: *конструктная валидность; парадокс открытости; когнитивная нагрузка; математическое моделирование; реалистическая математика; операциональное и структурное понимание.*

1. Введение: проблема, которую поле не называет своим именем

Математическое моделирование занимает всё более заметное место в документах образовательной политики — от рекомендаций ОЭСР до национальных стандартов математического образования. Однако между декларируемой значимостью и реальной распространённостью практики сохраняется устойчивый разрыв, который исследователи фиксируют уже три десятилетия (Niss, Blum & Galbraith, 2007). Стандартные объяснения — нехватка времени, давление тестов, неготовность учителей — верны по существу, но останавливаются на уровне симптомов.

Данная статья предлагает иную диагностику. Операциональный разрыв, описанный Sfard (1991): ученик, уверенно дифференцирующий функции, не способен объяснить, что такое производная и где она применима, — это не проблема отдельного ученика. Это системное следствие инструкции, которая останавливается на процедурном уровне и считает это достаточным. Математическое моделирование традиционно рассматривается как ответ на этот вызов. Аргумент убедителен. Но он оставляет без ответа более острый вопрос: при каких именно условиях моделирование производит заявленные эффекты — и совместимы ли эти условия с тем, что массовая школа способна воспроизвести?

Гипотеза. Дидактическое условие, при котором математическое моделирование формирует структурное понимание (подлинная неопределённость задачи, множество обоснованных решений, самостоятельная конструкция репрезентаций учащимися), — это

HSR (LONDON),
HOUGHTON STREET REVIEW JOURNAL
ISSN: 2058-5519|Impact factor-15.9
http://houghtonstreetreview.com/index.php/hsr

именно то условие, которое: (a) предсказуемо перегружает рабочую память начинающих согласно теории когнитивной нагрузки; (b) делает невозможным надёжное оценивание результата стандартными инструментами; (c) требует от учителя специфического педагогического знания содержания (PCK), не воспроизводимого стандартными программами подготовки. Следовательно, чем точнее реализуется «подлинное» моделирование, тем менее оно системно совместимо с условиями массовой школы — и наоборот.

2. Метод: полемический синтез конкурирующих теоретических рамок

Работа выполнена методом теоретической полемики с привлечением эмпирических данных из опубликованных исследований. Это не систематический обзор: цель — не суммировать литературу, а обнаружить противоречие, скрытое в ней. Четыре корпуса источников организованы как конкурирующие объяснения одного феномена.

Первый — теоретические рамки, поддерживающие моделирование: операционально-структурная дихотомия Sfard (1991), репрезентационная модель Bruner (1966), принцип прогрессивной математизации Freudenthal (1973), данные RME-эксперимента Gravemeijer (1994), цикл моделирования Blum & Leiß (2007). Второй — оппонирующая рамка: Kirschner, Sweller & Clark (2006) и теория когнитивной нагрузки Sweller (1988). Третий — данные PISA 2018 как внешний эмпирический ориентир. Четвёртый — рамка конструктной валидности Messick (1995), применяемая к проблеме оценивания компетентности моделирования. Сопоставление этих корпусов строится по схеме: «В то время как [позиция A] утверждает X, данные [позиции B] указывают на Y, что позволяет предположить Z».

3. Результаты

3.1. Два лагеря с несовместимыми предпосылками. Kirschner, Sweller & Clark (2006) показали, что слабо управляемое обучение системно неэффективно для начинающих: рабочая память перегружается именно тогда, когда долговременная память ещё не содержит схем, позволяющих организовать поступающую информацию. Bruner и Freudenthal, напротив, полагают, что контекстуальная погружённость снижает нагрузку — через связь нового символа с уже пережитым опытом. Оба аргумента внутренне последовательны. Их одновременная состоятельность указывает не на ошибку одной из сторон, а на то, что термин «математическое моделирование» покрывает принципиально разные практики.

Структурированная задача с единственной допустимой моделью — это «моделирование» в терминологии большинства учебных программ, но это именно та управляемая инструкция, которую Kirschner et al. считают приемлемой. Подлинно открытая задача — та, которую имеют в виду Blum & Leiß (2007) и Lesh & Doerr (2003), — попадает под критику когнитивной нагрузки в полной мере. Исследовательская литература о пользе моделирования преимущественно изучала второй тип. Школьная практика, как правило, реализует первый. Это не внедрение одной практики в разных условиях — это внедрение другой практики под тем же именем.

> *Показателен нидерландский контекст: в эксперименте Gravemeijer (1994) задачи подбирались и калибровались исследователями, учителя проходили специальную подготовку, временной горизонт измерения составлял несколько лет. В стандартном внедрении RME ни*

HSR (LONDON),
HOUGHTON STREET REVIEW JOURNAL
ISSN: 2058-5519|Impact factor-15.9
http://houghtonstreetreview.com/index.php/hsr

одно из этих условий не воспроизводится системно. Это не вопрос масштаба — это вопрос конструктной идентичности практики.

3.2. Переосмысление данных Gravemeijer (1994). Принятая интерпретация нидерландских данных — выигрыш в трансфере при временной потере процедурной скорости — читается как честный обмен, который каждая школа вправе принять или отклонить. Предлагается альтернативная интерпретация: краткосрочный процедурный дефицит — не издержка, а диагностический индикатор. Он сигнализирует о том, что ученик находится в фазе реструктуризации операциональных схем в структурные — именно того перехода, который Sfard описывает как когнитивно дорогостоящий. Если это верно, ожидать немедленного процедурного равенства с традиционным классом — значит не понимать механизма вмешательства. Парадоксально: отсутствие дефицита на ранних этапах RME могло бы служить сигналом того, что реструктуризация не происходит — то есть реализуется псевдомоделирование.

3.3. Проблема оценивания как кризис конструктной валидности. Отсутствие надёжных инструментов оценивания компетентности моделирования — широко признанная трудность (Niss et al., 2007). Стандартное объяснение: технически сложно создать рубрику для задач с множеством допустимых решений. Это верно, но неполно. Messick (1995) в работе о конструктной валидности показал: невозможно построить валидный инструмент для конструкта, определение которого остаётся предметом дискуссии. «Компетентность в моделировании» — именно такой конструкт. Blum & Leiß описывают её через качество работы с циклом переходов. Lesh & Doerr — через характеристики model-eliciting activity. PISA 2018 — через способность формулировать, применять и интерпретировать математику в контексте (OECD, 2019). Это не разные операционализации одного и того же — это конкурирующие конструкты. Рубрика, разработанная для одного из них, не будет валидна для другого.

3.4. Операционально-структурный переход: продукт или предпосылка моделирования? Sfard (1991) описывает операциональный режим как исходный — и это онтогенетически обосновано. Однако её модель допускает прочтение, при котором структурное понимание является целевым состоянием, достигаемым через любую достаточно глубокую инструкцию. Данные по моделированию корректируют эту картину: ученик, входящий в задачу математизации, должен располагать хотя бы частичным структурным пониманием применяемых математических объектов — иначе переход от реальной ситуации к рабочей репрезентации невозможен технически. Это означает, что моделирование не формирует структурное понимание с нуля — оно углубляет и переносит уже складывающееся. Смешение этих двух функций порождает ситуацию, в которой моделирование предлагается тем ученикам, для которых оно ещё недостижимо, и отнимается у тех, кому оно уже необходимо.

4. Обсуждение

Парадокс, однажды названный, — наполовину разрешён. Но только наполовину. Признание того, что «моделирование» в исследовательском смысле и «моделирование» в стандартном школьном смысле — различные практики, не отменяет педагогической ценности ни одной из них. Оно требует иного вопроса: не «внедрять ли моделирование», а «какой именно тип задач, с каким уровнем управляемости, для учеников с каким исходным уровнем структурного понимания».

HSR (LONDON),
HOUGHTON STREET REVIEW JOURNAL
ISSN: 2058-5519|Impact factor-15.9
http://houghtonstreetreview.com/index.php/hsr

Ball, Thames & Phelps (2008) в модели Mathematical Knowledge for Teaching показали, что педагогическое знание содержания не является единой способностью — оно гранулировано по типам задач и видам ученического затруднения. Из этого прямо следует: подготовка учителей к моделированию не может быть решена единым модулем. Ей нужна отдельная работа с каждым переходом цикла Blum–Leiß — и прежде всего с двумя наиболее трудными: математизацией и валидацией. Именно эти переходы когнитивно наиболее затратны, и именно здесь учителя, по данным classroom research (Blum & Leiß, 2007), вмешиваются реже всего — потому что не знают, как отличить продуктивное затруднение от тупика.

Конструктно-валидационная проблема оценивания имеет прецеденты. Педагогика письма прошла аналогичный кризис в 1970–80-е годы: переход от оценивания правильности к оцениванию процесса потребовал двадцати лет — и, что принципиально, предшествующего консенсуса о том, что именно считать «письменной компетентностью». Дидактике математики предстоит тот же путь, и у неё есть нетривиальный ресурс: опыт смежной дисциплины, который исследовательское сообщество почти не задействует.

Ограничения работы определяются её методом. Теоретический полемический синтез не заменяет эмпирической проверки гипотезы о конструктной неоднородности практик моделирования. Для верификации необходимы: (1) сравнительные данные о реальных типах задач, применяемых учителями, которые декларируют использование моделирования; (2) лонгитюдные данные о траекториях операционально-структурного развития в RME-классах; (3) исследования конструктной валидности существующих рубрик оценивания. Ни один из этих массивов данных не собран в достаточном объёме. Это, по существу, и есть диагноз состояния поля.

Литература

1. Ball, D.L., Thames, M.H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? Journal of Teacher Education, 59(5), 389–407.
2. Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), Mathematical modelling: Education, engineering and economics (pp. 222–231). Horwood Publishing.
3. Bruner, J.S. (1966). Toward a theory of instruction. Harvard University Press.
4. Freudenthal, H. (1973). Mathematics as an educational task. Reidel Publishing.
5. Gravemeijer, K. (1994). Developing realistic mathematics education. CD-β Press / Freudenthal Institute.
6. Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. ZDM Mathematics Education, 38(3), 302–310.
7. Kirschner, P.A., Sweller, J., & Clark, R.E. (2006). Why minimal guidance during instruction does not work. Educational Psychologist, 41(2), 75–86.
8. Lesh, R., & Doerr, H.M. (Eds.). (2003). Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching. Lawrence Erlbaum Associates.

HSR (LONDON),
HOUGHTON STREET REVIEW JOURNAL
ISSN: 2058-5519|Impact factor-15.9
http://houghtonstreetreview.com/index.php/hsr

9. Messick, S. (1995). Validity of psychological assessment. American Psychologist, 50(9), 741–749.
10. Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. (2007). Introduction. In W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), Modelling and applications in mathematics education (pp. 3–32). Springer.
11. OECD. (2019). PISA 2018 assessment and analytical framework. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/b25efab8-en
12. Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions. Educational Studies in Mathematics, 22(1), 1–36.
13. Shulman, L.S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational Researcher, 15(2), 4–14.
14. Sweller, J. (1988). Cognitive load during problem solving: Effects on learning. Cognitive Science, 12(2), 257–285.