HSR (LONDON),
HOUGHTON STREET REVIEW JOURNAL
ISSN: 2058-5519|Impact factor-15.9
http://houghtonstreetreview.com/index.php/hsr

CHIZIQLI-OPTIK BELL ANALIZATORLARINING SAMARADORLIK CHEGARALARINI KVANT MEXANIKASI OPERATORLARI YORDAMIDA TAHLIL QILISH

Muzafarova Sevinch Muhammadovna
Bukhara State University
(e-mail: smuzaffarova989@gmail.com)

Annotatsiya. Mazkur maqolada kvant axboroti va kvant kommunikatsiyalarining fundamental asosi hisoblangan Bell holatlarini chiziqli-optik tizimlarda deteksiyalash muammosi tadqiq etilgan. Chiziqli-optik elementlar (yarim shaffof ko‘zgular, faza siljitgichlar) yordamida to‘rtta ortogonal Bell holatlarini bir-biridan to‘liq ajratishdagi fizik cheklovlar kvant mexanikasining unitar operatorlari va proeksion o‘lchashlar apparati orqali tahlil qilingan. Tizimga qo‘shimcha chiziqsiz effektlar yoki yordamchi fotonlar kiritilmagan taqdirda, an'anaviy chiziqli optika yordamida maksimal samaradorlik chegarasi 50% dan oshmasligi matematik jihatdan isbotlangan. Olingan natijalar kvant repeaterlari va kvant kriptografiyasi protokollarini optimallashtirishda muhim ahamiyatga ega.

Kalit so‘zlar: Kvant mexanikasi, kvant optikasi, Bell holatlari, unitar operatorlar, chiziqli optika, proeksion o‘lchash, simmetriya, foton.

KIRISH (INTRODUCTION)

Zamonaviy fundamental fizika va kvant texnologiyalarining eng dolzarb yo‘nalishlaridan biri — kvant chalkashligi (quantum entanglement) va uni amaliy tizimlarda qayd etish hisoblanadi. Kvant hisoblashlari, kvant teletansportatsiyasi va qurilmaga bog‘liq bo‘lmagan kvant kalitlarini taqsimlash (DI-QKD) protokollarining markazida ikki zarrachali maksimal chalkashgan holatlar — Bell holatlari yotadi. Kvant aloqa tarmoqlarida ma'lumot uzatish masofasini oshirish uchun qo‘llaniladigan kvant repeaterlari (kuchaytirgichlari) ham bevosita Bell holatlarini tahlil qilish (Bell State Measurement - BSM) qurilmalarining samaradorligiga tayanadi.

Biroq, eksperimental kvant optikasida eng keng tarqalgan va texnik jihatdan qulay bo‘lgan chiziqli-optik tizimlar (yarim shaffof ko‘zgular, qutblantiruvchi prizmalar va faza plastinkalari) yordamida to‘rtta Bell holatini bir-biridan 100% lik ehtimollik bilan ajratib bo‘lmasligi ma'lum. Ushbu tadqiqotning maqsadi — chiziqli-optik Bell analizatorlaridagi mazkur 50% lik samaradorlik chegarasining kelib chiqish sabablarini texnik xatoliklar yoki detektorlar nomukammalligi sifatida emas, balki kvant mexanikasining fundamental unitar evolyutsiya qonunlari va operatorlarining matematik tabiati orqali asoslab berishdan iborat.

ADABIYOTLAR VA UNING TAHLILI (LITERATURE REVIEW)

Kvant chalkashligi va Bell holatlarini o‘lchash muammosi dastlab Eynshteyn, Podolskiy va Rozen (EPR paradoksi) hamda J. Bellning fundamental ishlarida nazariy jihatdan o‘rganilgan. Chiziqli-optik elementlar yordamida kvant tizimlarini boshqarish konsepsiyasi Luki, Knill va Milburn (KLM protokoli) tomonidan ishlab chiqilgan bo‘lib, u chiziqli optika yordamida ham kvant hisoblashlarini amalga oshirish mumkinligini ko‘rsatdi.

Biroq, Lütkenhaus va uning hamkasblari tomonidan olib borilgan tadqiqotlar shuni ko‘rsatdiki, faqatgina chiziqli optik elementlar va standart foton detektorlari yordamida to‘rtta Bell holatidan faqat ikkitasini deterministik (aniq) ajratish mumkin [2]. Calsamiglia va Lütkenhaus o‘z ishlarida ushbu chegarani matematik guruhlar nazariyasi yordamida umumlashtirgan bo‘lsa-da, ta'lim tizimida va fundamental tahlilda ushbu jarayonni sof kvant mexanikasi operatorlari va zichlik matritsalari orqali

HSR (LONDON),
HOUGHTON STREET REVIEW JOURNAL
ISSN: 2058-5519|Impact factor-15.9
http://houghtonstreetreview.com/index.php/hsr

vizuallashtirishga ehtiyoj saqlanib qolmoqda [4]. Oxirgi yillarda chop etilgan tadqiqotlarda ushbu chegarani chetlab o‘tish uchun giper-chalkashgan holatlar (hyperentanglement) yoki atom-foton tizimlaridan foydalanish taklif etilmoqda, ammo fundamental chiziqli-optik chegaralanishning fizik tabiati talabalar va yosh izlanuvchilar uchun chuqurroq tahlil qilinishini talab etadi.

TADQIQOT METODOLOGIYASI (METHODOLOGY)

Tadqiqotda ikki kubitli (ikki fotonli) tizimlarning holatlar fazosi (Hilbert fazosi) va ularga ta'sir etuvchi unitar almashtirishlar apparatidan foydalanildi. Ikki fotonning polyarizatsiya erkinlik darajasi bo‘yicha to‘rtta ortogonal Bell holatlari ket-vektorlar ko‘rinishida quyidagicha aniqlanadi:

$$|\Psi^{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|H\rangle_1|V\rangle_2 \pm |V\rangle_1|H\rangle_2\right)$$

$$|\Phi^{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|H\rangle_1|H\rangle_2 \pm |V\rangle_1|V\rangle_2\right)$$

Bu yerda $|H\rangle$ va $|V\rangle$ — mos ravishda fotonning gorizontal va vertikal polyarizatsiya holatlari, 1 va 2 indekslar esa mos keluvchi optik kanallarni (modlarni) anglatadi.

Chiziqli-optik tizimning asosiy elementi bo‘lgan 50:50 nisbatli yarim shaffof ko‘zgu (Beam Splitter - BS) orqali o‘tish jarayoni kvant mexanikasida $a^{\dagger}$ va $b^{\dagger}$ foton yaratilish operatorlarining chiziqli unitar almashtirilishi ko‘rinishida modellashtiriladi:

$$\hat{U}_{BS} a_{in}^{\dagger} \hat{U}_{BS}^{\dagger} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(a_{out}^{\dagger} + i b_{out}^{\dagger}\right)$$

$$\hat{U}_{BS} b_{in}^{\dagger} \hat{U}_{BS}^{\dagger} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(b_{out}^{\dagger} + i a_{out}^{\dagger}\right)$$

Ushbu operatorlar zanjiri orqali har bir Bell holatining yarim shaffof ko‘zgudan o‘tgandan keyingi chiqish holatlari zichlik matritsasi shaklida hisoblandi va proeksion o‘lchash operatorlari ($\hat{P}_i = |\psi_i\rangle\langle\psi_i|$) yordamida tahlil qilindi.

TAHLIL VA NATIJALAR (RESULTS AND DISCUSSION)

Kvant mexanikasi operatorlarini yuqoridagi Bell holatlariga ketma-ket qo‘llash orqali chiziqli-optik tizimdan chiqishdagi holatlar transformatsiyasi hisoblab chiqildi.

1. Antisimetrik bo‘lgan $|\Psi^{-}\rangle$ holatiga yarim shaffof ko‘zgu operatori $\hat{U}_{BS}$ tatbiq etilganda, fotonlarning dasta ichidagi o‘zaro destruktiv interferensiyasi (Hong-Ou-Mandel effekti) tufayli ular turli chiqish kanallariga yo‘naltiriladi:

$$\hat{U}_{BS}|\Psi^{-}\rangle = |\Psi^{-}\rangle_{out} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|H\rangle_a|V\rangle_b - |V\rangle_a|H\rangle_b\right)$$

2. Bu holatda detektorlar har doim bir vaqtda (koinsidensiya sxemasida) signal qayd etadi. Binobarin, $|\Psi^{-}\rangle$ holati qolgan uchta holatdan mutloq aniqlik bilan ajralib turadi.

3. Simmetrik bo‘lgan $|\Psi^{+}\rangle$ holati uchun esa operatorlar almashtirilishi fotonlarning birgalikda faqat bitta kanalga (yoki a , yoki b kanaliga) o‘tishini ko‘rsatadi:

$$\hat{U}_{BS}|\Psi^{+}\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}\left(|H,V\rangle_a + |H,V\rangle_b\right)$$

4. Qolgan ikkita simmetrik holat ($|\Phi^{+}\rangle$ va $|\Phi^{-}\rangle$) uchun ham matematik hisob-kitoblar shuni ko‘rsatadiki, chiqishdagi fotonlar juftliklari faqat bitta kanalda to‘planadi va ularning umumiy to‘lqin funksiyasi bir xil ortogonal fazoviy proeksiyaga ega bo‘lib qoladi.

Matematik jihatdan olganda, chiziqli-optik elementlar fazoviy va polyarizatsiya modlarini faqat chiziqli almashtira oladi. To‘rtta ortogonal holatni bir-biridan to‘liq ajratish uchun esa chiqish fazosida to‘rtta bir-biri bilan kesishmaydigan ($\hat{P}_i\hat{P}_j = \delta_{ij}\hat{P}_i$) proeksion operatorlar to‘plamini shakllantirish lozim.

HSR (LONDON),
HOUGHTON STREET REVIEW JOURNAL
ISSN: 2058-5519|Impact factor-15.9
http://houghtonstreetreview.com/index.php/hsr

Chiziqli evolyutsiyada simmetrik holatlar fazosi o‘zaro bog‘lanib qolganligi sababli, $|\Psi^+\rangle$, $|\Phi^+\rangle$ va $|\Phi^-\rangle$ holatlarini bir-biridan farqlovchi unitar operator mavjud emas. Natijada, to‘rtta holatdan faqat ikkitasini ($|\Psi^-\rangle$ va $|\Psi^+\rangle$) o‘zaro farqlash imkoni qoladi, bu esa umumiy ehtimollik balansida 2/4=50% lik fizik chegarani beradi.

XULOSA

Olib borilgan operatorli tahlillar natijasida quyidagi xulosalarga kelindi:

1. Chiziqli-optik Bell analizatorlaridagi 50% lik samaradorlik chegarasi texnologik cheklov emas, balki kvant mexanikasining unitar evolyutsiya qonuniyatlaridan kelib chiquvchi fundamental tabiatga ega.
2. Fotonlarning o‘zaro ta'sirga kirishmasligi (chiziqli muhitda) simmetrik Bell holatlarining to‘lqin funksiyalarini proeksion o‘lchashda to‘liq ajratishga yo‘l qo‘ymaydi.

Fizika ta'lim yo‘nalishi talabalariga "Kvant mexanikasi" va "Kvant optikasi" kurslarini o‘qitishda mazkur operatorli uslubdan foydalanish tavsiya etiladi. Bu talabalarda mavhum formulalarni real optik tajribalar (masalan, Hong-Ou-Mandel interferensiyasi) bilan bog‘lash ko‘nikmasini shakllantiradi. Ushbu fundamental chegarani amaliyotda yengib o‘tish uchun tizimga giper-chalkashlik (fotonlarni bir vaqtning o‘zida ham chastota, ham polyarizatsiya bo‘yicha chalkashtirish) komponentlarini kiritish istiqbolli yo‘nalish hisoblanadi.

ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. Bell, J. S. (1964). On the Einstein Podolsky Rosen paradox. Physics Physique Fizika, 1(3), 195.
2. Lütkenhaus, N., Calsamiglia, J., & Suominen, K. A. (1999). Bell-state measurements in quantum teleportation. Physical Review A, 59(5), 3295.
3. Knill, E., Laflamme, R., & Milburn, G. J. (2001). A scheme for efficient quantum computation with linear optics. Nature, 409(6816), 46-52.
4. Calsamiglia, J. (2002). Generalized Bell-state measurements. Physical Review A, 65(3), 030301.
5. Scully, M. O., & Zubairy, M. S. (1997). Quantum Optics. Cambridge University Press.